

# СТРОГОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА С ПОЛУПРОВОДНИКОВЫМ ЭЛЕМЕНТОМ С ПРИЛОЖЕНИЕМ К РАСЧЕТУ ПАССИВНОГО СВЧ УСТРОЙСТВА НА ЕГО ОСНОВЕ

*Е.Ю. Альтшулер<sup>1</sup>, М.В. Давидович<sup>2</sup>*

(<sup>1</sup>г. Саратов, СГТУ им. Гагарина Ю.А., <sup>2</sup>г. Саратов, СГУ им. Н.Г. Чернышевского)

## MATHEMATICAL MODELLING OF DIELECTRIC RESONATOR WITH A SEMICONDUCTOR ELEMENT AND IT'S APPLICATION TO A DESING OF A MICROWAVE FILTER

*E.U. Altshuler, M.V. Davidovich*

Диэлектрические резонаторы (ДР) перспективны, как известно, для применения в ряде эффективных устройств и систем СВЧ и, особенно, КВЧ диапазонов. Методам электродинамического анализа ДР посвящено много работ (см, например, [1-5]), в литературе разработаны метод магнитной стенки, теория возмущений (разложение по малому параметру) [2], метод частичных областей (сшивания), с получением поверх-ностных интегральных уравнений (ПИУ), метод ПИУ, метод объемного интегрального уравнения (ОИУ) и другие. В работе дан и обзор этих методов, являющийся развитием [5].

Много меньше работ по электродинамическому расчету ДР с полупроводниковыми и ферритовыми элементами, прежде всего для практики, чему посвящена настоящая работа.

К электродинамическому расчету диэлектрического резонатора прямоугольной, либо цилиндрической (ЦДР) конфигурации с полупроводниковым элементом применим метод интегральных уравнений. Обозначаем  $E(\mathbf{r}) = E_\varphi(\mathbf{r})$ . Общее ОИУ для ЦДР будет:

$$E(\mathbf{r}) = k^2 \int_V G(k, \mathbf{r} - \mathbf{r}') (\varepsilon(\mathbf{r}') - 1) E(\mathbf{r}') d^3 r' . \quad (1)$$

$k_0 = \omega_0 / c$  и  $E_0(\mathbf{r})$  - резонансная частота и комплексное поле колебания типа  $H_{01\delta}$

Тогда для ЦДР с однородным заполнением  $\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon = const$ .

$$E_0(\mathbf{r}) = k_0^2 (\varepsilon - 1) \int_V G(k_0, \mathbf{r} - \mathbf{r}') E_0(\mathbf{r}') d^3 r' . \quad (2)$$

Здесь  $\delta < 1$ ,  $V$  - объем ЦДР высоты  $h$  по оси  $z$ , который имеет два полупроводниковых слоя относительно малой толщины  $\tilde{\delta}$  на торцах. В полупроводниковом слое [например 3]:

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_r - \omega_p^2 / [\omega(\omega - j\omega_c)] \approx \varepsilon_r - j\sigma[1 - j\omega_0 / \omega_c] / (\omega_0 \varepsilon_0),$$

$E(\mathbf{r}) = E_0(\mathbf{r}) + \delta E(\mathbf{r})$ ,  $k = k_0 + \delta k$ , где  $\varepsilon_r \approx 17$ ,  $\sigma \sim 20 - 50$  Сим/м, обозначения общеприняты

Пусть для ЭМ волны в полупроводнике нормальный скин-эффект с постоянной затухания  $\alpha = \sqrt{\omega_0 \sigma \mu_0} / 2$ . Так, при  $f_0 = 10$  ГГц,  $\sigma = 40$  Сим/м, имеем: глубина скин-слоя порядка 1 мм. Для КВЧ диапазона эта величина в несколько раз меньше.

Для основного типа колебаний ЦДР достаточно точно представляем:

$$E_0(\mathbf{r}) = A J_1(\rho(\chi_1 - \delta) / \rho_0) \cos(\pi \tilde{z} / h). \quad (3)$$

Здесь функция Бесселя  $J_1(\chi_1) = 0$ ,  $\chi_1 = 1.84$ ,  $\rho_0$  - радиус ЦДР. Тогда

$$E(\mathbf{r}) = E_0(\mathbf{r}) + \delta E(\mathbf{r}) = \begin{cases} A J_1(\rho(\chi_1 - \delta) / \rho_0) \cos(\pi \tilde{z} / h), & |z| < h - \tilde{\delta}; \\ A J_1(\rho(\chi_1 - \delta) / \rho_0) \cos(\pi \delta(h - \tilde{\delta}) / h) \exp(-\alpha(|z| - h + \tilde{\delta})) , & |z| > h - \tilde{\delta}. \end{cases} \quad (4)$$

В работе вычисляется первая вариация применительно к формулам (1), (2). Получено

$$G(k, \mathbf{r}) = (4\pi)^{-1} \exp(-jkr), \quad G'(k, \mathbf{r}) = -j(4\pi)^{-1} \exp(-jkr) - \text{функции Грина} \quad (5)$$

$$\delta k = k_0 \frac{\int_V E_0^*(\mathbf{r}) \delta E(\mathbf{r}) d^3 r - \frac{\delta \varepsilon}{(\varepsilon - 1)} \int_V E_0^*(\mathbf{r}) E_0(\mathbf{r}) d^3 r - k_0^2 (\varepsilon - 1) \iint_V E_0^*(\mathbf{r}) G(k_0, \mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta E(\mathbf{r}') d^3 r' d^3 r}{2 \int_V E_0^*(\mathbf{r}) E_0(\mathbf{r}) d^3 r - \frac{jk_0^3 (\varepsilon - 1)}{4\pi} \iint_V E_0^*(\mathbf{r}) \exp(-jk_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) E_0(\mathbf{r}') d^3 r' d^3 r}. \quad (6)$$

Если добротность высока,  $k_0$  считаем действительным, и тогда интегралы в (6) вычисляются аналитически, «уход» частоты и изменение добротности, определяемые наличием тонкого полупроводникового элемента, определяются также аналитически. При высокой диэлектрической проницаемости (д.п. более 10) величины  $k_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$  малы, тогда

$$\frac{\delta k}{k_0} \approx - \frac{\delta \varepsilon}{(\varepsilon - 1)} \frac{\int_V E_0^*(\mathbf{r}) E_0(\mathbf{r}) d^3 r}{2 \int_V E_0^*(\mathbf{r}) E_0(\mathbf{r}) d^3 r - \frac{jk_0^3 (\varepsilon - 1)}{4\pi} \iint_V E_0^*(\mathbf{r}) E_0(\mathbf{r}') d^3 r' d^3 r}. \quad (7)$$

Для ДР с полупроводниковой плазмой (6), (7) показывают сложный характер изменения частоты. Если  $\varepsilon_r - \sigma / (\omega_c \varepsilon_0) < 0$ , что будет при низких температурах, то  $\text{Re}(\delta k) > 0$ , т.е. резонансная частота растет. Если  $\text{Re}(\delta \varepsilon) > 0$ , что имеем при нанесении на торцы ДР слоя полупроводника с большой проницаемостью, то частота, как и следует из физических соображений, падает. При очень большом изменении д.п., (при нанесении металлического или полупроводникового слоя с высокой удельной проводимостью), следует применять (6) с вычислением интегралов. Точность (7) тем выше, чем тоньше слои.

В общем случае следует использовать строгие модели. В случае сильного возмущения, например, при металлизации торцов (идеальная проводимость) функция  $E(\mathbf{r})$  изменяется также весьма существенно, при этом  $\tilde{\delta}$  и  $\delta V$  равны нулю. Тогда можно взять  $E(\mathbf{r}) = A J_1(\rho(\chi_1 - \delta) / \rho_0) \cos(\pi z / h)$ . Т.к., как известно,  $k \approx \sqrt{[(\chi_1 - \delta)^2 / \rho_0^2 + (\pi / h)^2] / \varepsilon}$  и  $k_0 \approx \sqrt{[(\chi_1 - \delta)^2 / \rho_0^2 + (\pi \delta / h)^2] / \varepsilon}$ , то относительный «уход» частоты  $k / k_0$  возможен в несколько процентов (до 10%), и  $|\delta| \sim 0.6 - 0.9$  при  $10 < \varepsilon < 200$ .

При вычислении по (6) и (7) получаются интегралы от функций Бесселя:

$$\int_0^{\rho_0} J_1^2(\rho(\chi_1 - \delta) / \rho_0) \rho d\rho = \rho_0^2 J_2^2((\chi_1 - \delta)) / (\chi_1 - \delta)^2, \quad (8)$$

$$\int_0^{\rho_0} J_1(\rho(\chi_1 - \delta) / \rho_0) \rho d\rho = - \frac{\rho_0}{\chi_1 - \delta} \left[ \rho_0 J_0(\chi_1 - \delta) - \int_0^{\rho_0} J_0(\rho(\chi_1 - \delta) / \rho_0) d\rho \right], \quad (9)$$

$$\int_0^{\rho_0} J_0(\rho(\chi_1 - \delta) / \rho_0) d\rho = \frac{\rho_0 J_1((\chi_1 - \delta))}{\chi_1 - \delta} - \frac{\rho_0}{\chi_1 - \delta} \int_0^{\rho_0} \frac{J_1(\rho(\chi_1 - \delta) / \rho_0)}{\rho} d\rho. \quad (10)$$

Последний интеграл вычисляется с разложением в степенной ряд функции Бесселя.

Полагая  $A = 1$ , находим:

$$\int_V |E_0(\mathbf{r})|^2 d^3 r = \pi \rho_0^2 h [1 + \sin(\pi \delta) / (\pi \delta)] [1 - \sin(2(\pi - \delta)) + \cos(2(\pi - \delta)) / (2\pi - 2\delta)] / (\pi - \delta) / 4 \quad (11)$$

при  $|\delta \varepsilon / (\varepsilon - 1)| \ll 1$  погрешность вычисления «ухода» частоты второго порядка малости  $\delta k / k_0 \sim \delta \varepsilon \tilde{\delta} / (\varepsilon - 1) / h$ . С ростом д.п. в области торцов ДР при  $\sigma = 0$  резонансная частота снижается. В этом случае добротность растет, что следует и из физических соображений.

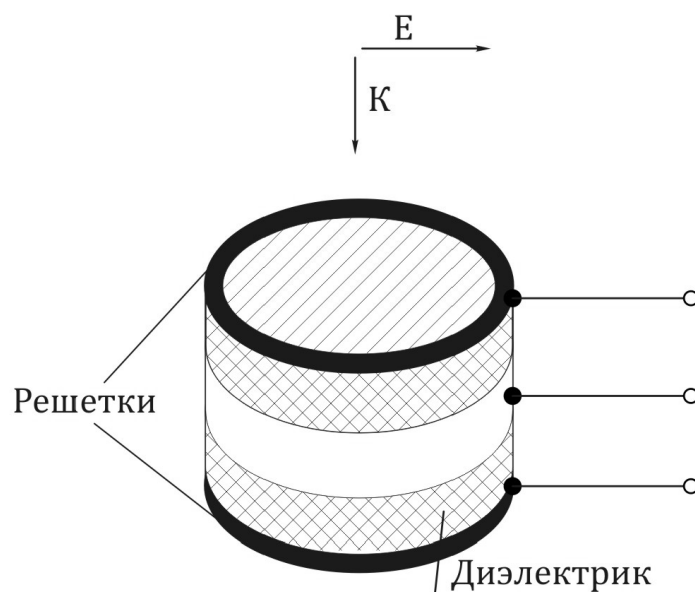


Рис 1. Схема конструкции СВЧ –фильтра на основе диэлектрического резонатора с тонким полупроводниковым элементом

Но использовать теорию возмущений для ДР иногда надо осторожно, т.к. ЭМ поле и величина  $\delta$  комплексные, поэтому в общем случае вычисляем интегралы с функцией Грина и ее производной, что здесь приводит к весьма сложным выражениям. Разработана программа для ПК моделирования электродинамики ДР на основе представленного алгоритма при д.п., зависящей от поперечной координаты. Рассматриваются возможности применения развиваемого метода расчета ДР с полупроводниковым элементом к компьютерному проектированию перестраиваемых фильтров коротковолновой области СВЧ и КВЧ диапазонов (рис. 1).

Рассчитываются электрические параметры перестраиваемого фильтра КВЧ диапазона на основе ДР, включающего прозрачные для ЭМ волны металлические электроды планарной конструкции и полупроводниковый элемент, либо решетку, на внешней поверхности ДР (рис. 1) при толщине элемента порядка глубины скин-слоя ЭМ волны рабочего частотного диапазона.

### Литература

1. Диэлектрические резонаторы / Ильченко М.Е., Взятыхшев В.Ф., Гассанов Л.Г. и др.; Ред. Ильченко М.Е., М.: Радио и связь, 1989. - 328с.
2. Kajfez D., Guillon P. Dielectric resonators. Atlanta: Noble Publishing Corporation, 1998.
3. Альтшулер Е.Ю. Электродинамический расчет диэлектрического резонатора КВЧ диапазона с тонким полупроводниковым элементом //Электродинамика и техника СВЧ и КВЧ, Москва-Самара, 1997,- С.116-119.
4. Давидович М.В. К нестационарной теории возбуждения резонатора // Радиотехника и электроника, 2001. Т.46, №10.- С.1198–1205.
5. Давидович М.В. Диэлектрические резонаторы: метод интегральных и интегро-дифференциальных уравнений // Изв. Саратов. Университета, 2008, Т.8, Сер. Физика.